**Малохат Босимова**

**(Гулистан, Узбекистан)**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ**

Дифференциальные уравнения, устанавливающие связь между независимыми переменными, широко используются в химической технологии для описания нестационарных процессов, а также процессов с распределенными параметрами. Например, концентрация реагента, вступающего в реакцию, является функцией времени пребывания, условий ведения процесса, и для того чтобы определить закон ее изменения во времени, необходимо составить дифференциальное уравнение, решение которого и устанавливает необходимую функциональную зависимость. Аналогично, для определения числа ступеней разделения в процессе периодической ректификации необходимо определить состав кубового остатка и дистиллата как функции степени отгона. Это можно осуществить путем решения системы дифференциальных уравнений материального и теплового балансов.

Дифференциальные уравнения являются основным математическим аппаратом при исследовании динамических свойств объектов, в частности переходных процессов.

П р и м е р 1. Математическое описание нестационарных процессов, происходящих в ректификационной колонне, основывается на уравнениях материального и теплового балансов, являющих количественным выражением закона сохранения. Однако в отличие от анализа статических свойств объекта здесь закон сохранения массы и энергии как равенство входных и выходных потоков не сохраняется. При протекании процесса происходит накопление массы и энергии, т.е.

ВХОД – ВЫХОД = НАКОПЛЕНИЕ.

Математическое описание динамики ректификационной колонны содержит: уравнения материального и теплового балансов; уравнения, описывающие механизм взаимодействия между паровой и жидкой фазами на отдельных тарелках; уравнения для описания фазового равновесия.

При решении ряда практических задач можно допустить, что мольные потоки пара и жидкости по высоте секций колонны постоянны, тем самым исключить рассмотрение теплового баланса, а также принять постоянство коэффициентов относительной летучести компонентов. Дальнейшим упрощением является принятие концепции теоретической тарелки, т.е. пар, покидающий тарелку, находится в равновесии с жидкостью. Исходя из принятых допущений математическое описание ректификационной колонны представляет систему дифференциальных уравнений, записанных для каждой тарелки, включая куб и дефлегматор.

Для произвольной тарелки дифференциальное уравнение, записанного для компонента  имеет вид



Уравнения, записанные для куба колонны, дефлегматора и тарелки питания при условии, что питание подается в жидкой фазе, соответственно имеют вид

 (1.2)

 (1.3)

 (1.4)

где  - задержка жидкости на тарелке; - задержка пара на тарелке; количество кубового продукта; количество дистиллата; количества жидкости, пара и питания соответственно.

Поскольку  то задержкой пара на тарелке можно пренебречь без значительной потери точности. Тогда, учитывая, что

 (1.5)

систему уравнений (1.1) – (1.4) можно переписать в виде

 (1.6)

где ; ; 

или  (1.7)

Система (1.7) в общем виде неразрешима обычными способами. Для ее решения необходимо воспользоваться приближенными методами.

*у*



i



0



*х*

Рис. 1 Рис. 2

Решением дифференциального уравнения является некоторая функциональная зависимость, которая в простейших случаях может быть получена аналитически, а в более сложных – численными методами в виде таблицы значений независимой переменной и соответствующих значений функции.

Если неизвестные функции рассматриваются как функции одной независимой переменной, то дифференциальные уравнения называются *обыкновенными*, в противном случае – уравнениями *с частными производными*. Порядок наивысшей производной, входящей в данное уравнение, называется порядком этого уравнения.

Рассмотрим дифференциальное уравнения первого порядка

 (1.8)

Функцию  будем рассматривать заданной в некоторой области изменения ее аргументов причем переменные можно рассматривать как декартовы координаты произвольной точки  области определения  (рис. 2).

Дифференциальное уравнение (1.8) устанавливает в каждой точке  связь между координатами и производной от функции в этой точке. Таким образом, для любой точки области  по уравнению (1.8) можно вычислить производную т.е. тангенс угла наклона кривой . Выбирая достаточно большое число точек в области  и вычисляя в каждой точке угол наклона, можно затем соединить точки, имеющие один и тот же угол наклона, некоторыми кривыми, которые называются изоклинами дифференциального уравнения. Любая функция у которой в каждой точке области  производная определяет направление, совпадающее с направлением, задаваемым для изоклины, проходящей через эту точку (рис.2, кривая ), является решением уравнения (1.8). На этом свойстве изоклин основаны некоторые графоаналитические методы интегрирования дифференциальных уравнений. Число кривых решения, направление касательных к которым в каждой точке совпадает с полем направлений изоклин, вообще говоря, бесконечно, что непосредственно следует из рис. 2.

Для того чтобы выбрать из бесконечного числа решений единственное, необходимо зафиксировать некоторую начальную точку, через которую должно проходить решение. Это эквивалентно заданию дополнительного условия, накладываемого на решение дифференциального уравнения и называемого начальным условием.

Наряду с одним дифференциальных уравнением во многих теоретических и практических задачах используются также и системы дифференциальных уравнений. Система обыкновенных дифференциальных уравнений имеет столько уравнений, сколько в нее входит неизвестных функций, причем все неизвестные функции являются функциями одной независимой переменной. Для систем уравнений в частных производных число независимых переменных больше единицы, но число уравнений также равно числу неизвестных функций. При решении дифференциальных уравнений системы имеют важное значение, поскольку любое уравнение порядка выше первого может быть путем замены переменных преобразовано в систему уравнений первого порядка. Действительно, если имеется уравнение

 (1.9)

то, полагая  его можно записать в виде системы уравнений



или, воспользовавшись матричными обозначениями,

 (1.10)

где  и  - вектор-функции.

Решением уравнения (1.10) будет вектор-функция  определяющая некоторую линию в -мерном пространстве, в котором начальное условие изображается как точка.

Методы решения одного дифференциального уравнения первого порядка с начальным условием часто можно распространить и на системы уравнений первого порядка, а следовательно, на уравнения более высокого порядка. Поэтому в дальнейшем будут рассматриваться методы решения применительно только к уравнениям первого порядка.

**Литература:**

1. Н. С. Бахвалов и др. «Численные методы». М.Наука. 1987.
2. В. П. Демидович и др. «Основы вычислительной математики». М.Наука. 1987.
3. Березин И. С. и др. «Методы вычислений». М.Наука. 1996.