**Зебинисо Ашурова, Шохрух Яхшибоев,**

**Дилшодбек Каххоров**

**(Самарканд, Узбекистан)**

**О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ БИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Работа посвящена выяснению дифференциальных свойств полигармонических функций второго порядка (т.е. для бигармонических функций), в полуплоскости в зависимости от дифференциальных свойств граничных функций.



Мы будем рассматривать краевую задачу для уравнения



() при условии



 (0.1.2)

где оператор Лапласа, S,   заданные на  непрерывные функции, - внешняя нормаль к  требуется восстановить  в .



При произвольных начальных данных это задача неразрешима. Если  часть границы  и начальные данные аналитичны, то аналитическое продолжение во внутрь области существует и единственно. Так как такое продолжение неустойчиво (как заметил Адамар), то данная задача относится к числу некорректно поставленных задач.

Первый результат в этом направлении в 1926 году получил Т.Карлеман для класса ограниченных функций в области  одного специального вида.

Это направление комплексного анализа активно разрабатывается и в настоящее время. Что касается задачи Коши для уравнения Лапласа из-за неустойчивости ее решения, исследования Т.Карлемана в течение долгого времени не имело продолжения. Однако неустойчивые задачи, часто возникали в приложениях ([8]).

Прошло 17 лет со времен исследований Т.Карлемана, когда в 1943 году А. Н. Тихонову удалось выяснить истинную природу некорректных задач. Он указал на практическую важность неустойчивых задач и показал, что если сузить класс возможных решений до компакта, то из существования и единственности следует устойчивость решения т.е. задача становится устойчивой.

Другой метод, основанный на аппроксимации ядра интегрального представления, предложил М. М. Лаврентьев. Начиная с 1956 года в серии работ М. М. Лаврентьев для ряда задач математической физики, корректных по Тихонову, указал способ выделения класса корректности и разработал устойчивые методы их решения.

Будем предполагать, что решение задачи существует (тогда оно единственно), непрерывно дифференцируемо и данные Коши заданы точно. Для этого случая устанавливается явная формула продолжения.

Используя идеи М.М.Лаврентьева, Ш. Ярмухамедов впервые предлагает метод построения семейства фундаментальных решений уравнения Лапласа, исчезающего в пределе вместе со своими производными любого порядка вне произвольного фиксированного конуса.

Кроме того, с помощью построенного фундаментального решения можно строить формулы продолжения полигармонической функции двух переменных в области по ее данным Коши на части границы, для растущих полигармонических функций.

Для таких ограниченных областей - Ш. Ярмухамедов построил функции Карлемана которая позволяет написать регуляризован-ное решение задачи для полигармонических функций порядка .

В 2006 году А. Абдукаримов для ограниченной цилиндрической области.

В 2009 году Н.Ю.Жураева для некоторых неограниченных областях лежащих в нечетномерных пространствах, а в 2011 году совместно с У.Ю.Жураевой построили функцию Карлемана для полигармонических функций порядка  лежащих в четномерных пространствах .

В настоящей работе строится функция Карлемана для полигармонических функций второго порядка определенных в области  .

Функции  и , при  определим следующими равенствами:

 (1.0.0)

где площадь единичного шара в 

 ,

Здесь берется регулярная ветвь аналитической функции  в плоскости с разрезом вдоль вещественной отрицательной полуоси, которая вещественна при вещественном .

 (1.0.1)

где,  в дальнейшем через -обозначаем все постоянные

числа, 

**Теорема 1.** Функция  определенная формулой (1.0.1) имеет вид



где



,,

Действительно:



Тогда так, как  , 



Поэтому



 и



А  имеет вид



Когда ,  тогда



**Лемма 1.** Функция , определенная формулой (1.0.0),

при  - является гармонической функцией по переменной у.

**Лемма 2** **.**  где 

гармоническая функция в  по переменному  включая и точку ,  является бигармонической функцией: 

Доказательство:



Кроме того 



Теперь мы можем утверждать:

**Теорема 2.**  Функция , определенная формулой (1.0.1) при  - является полигармонической функцией второго порядка (т.е.является бигармонической функцией) и справедлива равенство

(1.0.2)

где  гармоническая функция по переменной , включая и точку .

Для функции  и  имеет места представление

 .

**Теорема 3.** Для функция , определенная формулой (1.0.0),

справедливо равенство:

 (1.0.4)

 (1.0.5),

**Литература:**

1. Yarmukhamedov. Sh. Ya. a Task Cauchy for polyharmonic of the equation. The reports of WOUNDS 2003 volumes 388, №2, with 102-165.

2. Mazhya. B. G., About the decision of a task Cauchy for the equation Laplace (uniqueness, approximation). Works ММО, 1974, т.30, with 61-114).

3. Жураева Н.Ю. Об интегральном представлении полигармонических функций. Ташкент. ДАН РУз № 3, 2008г. с.18-20.