**Ганна Мартинюк**

**(Переяслав-Хмельницький, Україна)**

**АНАЛІЗ МЕТОДИЧНИХ ПРИЙОМІВ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ У 5-9 КЛАСАХ**

Комбінаторика – це розділ математики, в якому вивчаються операції над скінченними множинами та задачі, пов’язані з цими операціями. З комбінаторними задачами доводиться мати справу фізикам, хімікам, біологам, лінгвістам, шифрувальникам. Комбінаторні методи лежать в основі розв’язування багатьох задач теорії ймовірностей та її застосувань.

Задача називається «комбінаторною», якщо її розв’язання зводиться в перебір елементів із деякої множини. Особливою ознакою комбінаторних задач є питання, яке можна сформулювати, таким чином, що воно починалося б словами:

* Скількома способами ...?
* Скільки варіантів ...?

**Метою статті є** дослідження основних прийомів розв’язання комбінаторних задач в основній школі.

Розв’язання комбінаторних задач вимагає активного використання прийомів розумової діяльності як аналіз і синтез, порівняння, класифікація, узагальнення. Адже щоб розв’язати задачу з комбінаторики, необхідно спочатку зрозуміти її сенс, тобто, уявити процес або дію, описані в задачі, визначити тип зв’язку та відношень, скласти кілька різних комбінацій, перевірити чи повторюються елементи, як змінюється їх склад, чи важливий порядок елементів.

Отримати розв’язок комбінаторної задачі, можна використовуючи основні методи: «формальний» та «неформальний». Під «формальним» методом розуміють розв’язання задачі за допомогою формул комбінаторики і правил суми та множення.

«Неформальний» метод розв’язання задач полягає у складанні різних варіантів процесу [1, c. 34-38].

Основним методом розв’язання задач із комбінаторики у 5-6 класах є «неформальний» метод, оскільки його застосування відповідає особливостяммислення, їх досвіду і не перенавантажує школярів додатковою інформацією, пов’язаною із введенням нових понять і формул. Одним із під видів «неформального» методу є метод перебору варіантів.

Навчання розв’язуванню комбінаторних задач даним способом дозволяє розширити уявлення школярів про способи розв’язання задачі без застосування арифметичних дій і формул.

**Задача 1.** В алфавіті племені «АБ» міститься лише дві букви – «а» і «б». Скільки різних слів по 3 літери можна скласти використовуючи алфавіт цього племені?

*Розв*’*язання.* Заважимо, що слово довільний набір букв. Тоді, використавши метод перебору – випишемо слова в алфавітному порядку.

ааа, ааб, аба, абб,

ббб, бба, баб, баа.

Отримуємо 8 різних слів.

*Відповідь:* 8 слів.

**Задача 2.**Скільки двоцифрових чисел можна записати, використовуючи цифри 1, 2, 3?

*Розв*’*язання.* Цифри можуть повторюватись, тож використавши метод перебору варіантів отримаємо такі числа:

11; 12; 13; 21; 22; 23; 31; 32; 33.

*Відповідь:* 9 двоцифрових чисел.

Використовуючи даний спосіб для розв’язування комбінаторних задач, потрібно звернути увагу на те, як організований процес перебору, оскільки безсистемний, хаотичний метод не дає цілісне уявлення про всі можливі комбінації. Тому застосовуючи метод перебору, доцільно використовуватитаблиці, матриці, графи. Розглядаючи таблицю учні відкривають принцип її складання, знаходять способи заповнення: по рядках, стовпцях. Для того щоб учні не витрачали багато часу на креслення таблиці доцільно скористатися спеціальними трафаретами [2, c. 45-47].

Так, наприклад, щоб розв’язати задачу 2доцільно побудувати комбінаторну таблицю. Нехай цифри, розміщені в головному стовпці, будуть позначати число десятків, а цифри в головному рядку – число одиниць. Пари, що утворилися на перетині стовпців і рядків, - шукані двоцифрові числа [5, c. 119-124].

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Десятки / одиниці | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 11 | 12 | 13 |
| 2 | 21 | 22 | 23 |
| 3 | 31 | 32 | 33 |

У багатьох підручниках та посібниках зустрічаються задачі з комбінаторики, що розв’язуються за допомогою графа. Граф – це схема, на якій елементи позначаютьсяточками, а відношення між ними – стрілками.

**Задача 3.** Після канікул шестеро друзів обмінялися телефонними дзвінками. Скільки дзвінків було зроблено?

*Розв*’*язання.* Для розв’язання даної задачі скористаємося методом побудови графа*.* Так, точками (1-6) позначимо друзів, а лініями з’єднаємо можливі варіанти дзвінків (рис.1.).

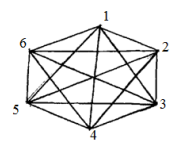


Рис.1. Граф знайомства

Щоб відповістина запитання, яке було поставлене в умові задачі, достатньо підрахувати кількість відрізків, що з’єднують точки 1-6. Так, першій людині необхідно зробити 5 дзвінків, другій – 4, третій – 3, четвертій – 2, п’ятій – 1. Разом дзвінків буде .



*Відповідь:* 15 дзвінків.

Якщо в задачі кількість можливих випадків на кожному кроці залежить від того, які елементи були вибрані раніше, зручно зобразити процес знаходження розв’язків у вигляді «дерева», що являється однією з модифікацій графа.

Розглянемо задачу, що розв’язується методом побудови дерева.

**Задача 4.** У шкільній їдальні на обід було приготовлено дві перших страви: суп і борщ; три других страви – голубці, плов і млинці; і чотири третіх – чай, сік, компот, молоко. Склади всі можливі варіанти обіду.

*Розв*’*язання.* Побудуємо перше «дерево» роблячи такі міркування: до супу (С) можна вибрати три других страви – голубці(Г), плов(П) і млинці(М). Для кожного з трьох отриманих наборів можна додати один із чотирьох напоїв – чай(Ч), сік(С) компот(К), молоко(М). Аналогічно будуємо «дерево», з початком в точці Б(борщ) (рис. 2).

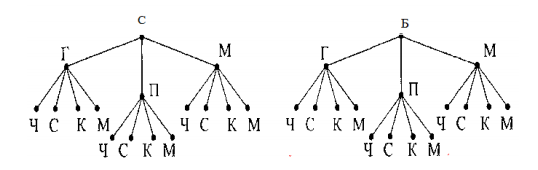


Рис.2. Дерево розв’язків задачі 4.

Підрахувавши усі гілки «дерева» розв’язків, отримуємо відповідь, що можна скласти 24 варіанти обідів.

*Відповідь:* 24 обіди.

Поряд із задачами, які розв’язуються методом перебору, існує низка задач при розв’язанні яких використовуються комбінаторні правила добутку та суми.

**Задача 5.** На тарілці лежать 3 яблука і 5 груш. Скількома способами можна взяти одне яблуко і одну грушу?

*Роз’вязання.* Щоб відповісти на це запитання, перенумеруємо окремо яблука і груші. Ми можемо взяти перше яблуко з будь-якою з п’яти груш; це дає п’ять способів. Так само можна взяти друге або третє яблуко з будь якою з п’яти груш, і для кожного з яблук дістанемо по п’ять способів. Отже, загальна кількість способів вибору дорівнює [3, c 185].



*Відповідь:* 15 способів.

**Задача 6.** Студент має вибрати тему реферату зі списку, розміщеного на трьох аркушах. Аркуші містять відповідно 20, 15 і 17 тем. З якої кількості можливих тем студент робить свій вибір?

*Розв’язання.* За правилом суми кількість тем для вибору становить 20 + 15 + 17 = 52.

*Відповідь:* 52 теми.

**Задача 7.** Скількома способами із 5 конвертів, 4 марок і 6 листівок можна вибрати два предмети з різними назвами?

*Розв’язання.* Марку і конверт можна вибрати способами, марку і листівку – .способами, конверт і листівку – способами. Одну пару – або другу, або третю – за правилом суми можна вибрати способами.



*Відповідь:* 74.

Проте, більшість комбінаторних задач викликають певні труднощі при розв’язання, адже їх досить складно вирішити звичайним методом перебору або ж за допомогою правил добутку чи суми. Найбільшу складність в учнів у процесі розв’язання даних задач є визначення типу сполуки, про яку йдеться в задачі, і застосування відповідної формули для обчислення кількості цих сполук.Тому перед розв'язуванням задач учням потрібно запропонувати таку систему запитань, яка сприятиме правильному визначенню виду сполуки у задачі (рис.3.).

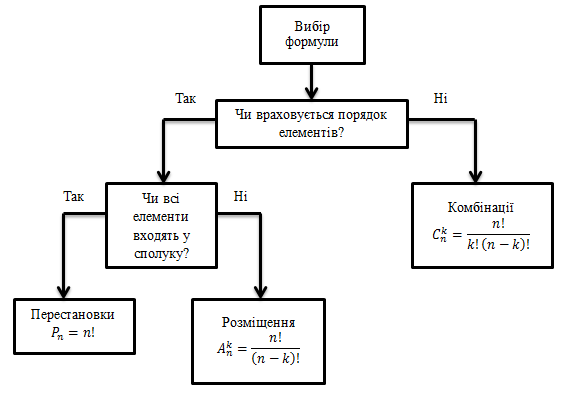


Рис.3. Система запитань.

При цьому потрібно враховувати характеристичні властивості кожного типусполуки. [6, c. 498].

Однак, за чинною програмою з математики для загальноосвітніх шкіл [4] не передбачається вивчення сполук в основній школі академічного рівня. Тому, задачі які доцільно було б розв’язувати, використовуючи формули сполук, в основній школі розв’язують методами, що передбачають застосування комбінаторних правил суми та множення.

На основі аналізу було виявлено, що розв’язання комбінаторних задач у 5класі здійснюється методом звичайного перебору варіантів. Цей метод ілюструється за допомогою побудови таблиці, матриці, графа або дерева можливих варіантів. Приклади і задачі, що подаються учням, дуже прості і дозволяють на етапі знайомства з [комбінаторними](http://ua-referat.com/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%B1%D1%96%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D1%96%D0%BA%D0%B0)задачами, засвоїти принцип впорядкованого перебору можливих варіантів. У 6 класах крім цього методу, вводиться ще новий спосіб розв’язання комбінаторних задач, за допомогою правила множення та суми. Що стосується 7-9 класів, то розв’язання задач комбінаторного типу здійснюється за допомогою вище згаданих методів, а також окремих комбінаторних формул.

**Література:**

1. Белокурова Е. Е. Характеристика комбинаторных задач / Е. Е. Белокурова // Начальная школа. – 1994. – №1. – C. 34 – 38
2. Белокурова Е. Е. Характеристика комбинаторных задач / Е. Е. Белокурова // Начальная школа. – 1994. – №12. – C 45 – 47.
3. Вивальнюк Л.М. Математика. Посібник для шк.. та кл. з поглибленим вивченням математики. / Л.М. Вивальнюк, М.М. Мурач, О.І. Соколенко та інші. – Київ: Освіта, 1998.-301с.
4. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Навчальні програми для професійного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків: Математика / М-во освіти і науки України. Упр. змісту освіти. Наук-метод. центр серед. освіти. – Київ: Навч. кн. – 2015. – 203 с.
5. Саган О. В. Комбінаторні задачі як засіб формування математичного мислення молодших школярів / О. В. Саган // Збірник наукових праць. Педагогічні науки. – Херсон: ХДУ, 2014. – С. 119-124.
6. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник / З. І. Слєпкань. – Київ: Вища школа, 2006. – 582 с.

**Науковий керівник:**

кандидат педагогічних наук, доцент Довбня Петро Іванович.