**Александр Шаповалов, Ольга Кутовая,**

**Дмитрий Кутовой**

**(Харьков, Украина)**

**МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИКИ В КУРСЕ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА» В СВЕТЕ ИНТЕГРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБРАЗОВАНИИ**

Для современного высшего образования характерно использование различного рода интеграционных технологий, целью которых, как правило, является интенсификация и оптимизация обучения и воспитания студентов. Это приводит к резкому сокращению числа часов (особенно аудиторных), отводимых на изучение, как отдельных разделов некоторых курсов, так и дисциплин в целом, в высших учебных заведениях. В частности, не находят достаточного отражения в учебных программах вопросы теоретической механики, как одного из разделов курса «Прикладная механика». Возникает необходимость совершенствования методики преподавания и пересмотра удельного веса тех частей курса, значение которых снизилось.

В этой связи статика привлекает внимание в первую очередь. Эвристическое значение многих элементов статики, таких, например, как теория пар или приведение системы сил к центру, невелико. Эти вопросы не находят приложений при изучении других дисциплин, но занимают много аудиторного времени.

Что касается так называемых аксиом статики, то очевидно, что такое название не корректно и обусловлено порой только методическими соображениями. Действительно, равновесие тела есть частный случай его движения, поэтому все законы статики вытекают из законов динамики и, следовательно, не имеют права называться аксиомами. Однако этот факт не находит отражения в курсах механики, вследствие чего у студентов создается представление, что аксиомы статики имеют самостоятельное значение. Таким образом, затмеваются логические связи статики и динамики, и создается впечатление, что статика является обособленной, независимой частью механики.

Изложенные соображения дают основания для пересмотра существующей методики изложения элементов статики с тем, чтобы привести ее в соответствие с уровнем подготовки студентов, улучшить логические основы раздела «Теоретическая механика» и уменьшить затраты аудиторного времени.

Ниже рассматривается один из возможных вариантов изложения элементов статики. В его основу положено так называемое основное положение статики, легко выводимое из аксиомы динамики, и условия эквивалентности двух произвольных систем сил.

Целью предлагаемой методики является апробирование изложения статики, позволяющее уже на второй лекции получить условия равновесия произвольной системы сил. Благодаря этому усиливается практическая часть лекционного материала и отпадает необходимость в дублировании известных студентам сведений из курса физики.

Основной метод изложения – дедуктивный, но существенных усложнений в выводах и логике не происходит. Это объясняется тем, что теоретический материал в статике вообще знаком студентам, они многое знают из физики, поэтому можно без подробных пояснений ссылаться на него (при необходимости нужно рекомендовать студенту повторить тот или иной материал по учебнику физики, как мы обычно это делаем по отношению к разделам математики).

Рассмотрим последовательность изложения элементов статики в соответствии с предлагаемой методикой.

*Основные понятия и определения статики*. Предмет статики. Уже в определении и при дальнейшем изложении мы встречаемся с терминами, которые известны из физики. Перечислим их (кратко пояснить или вообще отослать к курсу физики): материальная точка, абсолютно твердое тело, механическая система, инерциальная система отсчета, сила, система сил, сосредоточенные и распределенные силы, равновесие системы сил и абсолютно твердого тела.

*Главный вектор системы сил* – это вектор, равный геометрической сумме всех сил системы и проходящий через некоторую точку, называемую центром приведения:

. (1)



Можно отметить независимость вектора от центра приведения, так как при перенесении сил системы к центру приведения не изменяются ни модули, ни направления этих сил.



*Момент силы относительно точки.* В отличие от физики вводится более общее понятие. Моментом силы относительно точки (О) называется векторное произведение радиуса – вектора точки приложения силы на вектор силы:

(2)



(3)



где *h* – плечо силы относительно точки.

Для частного случая плоской системы сил (подробно все пояснить с рисунком) удобно считать момент величиной алгебраической, так как имеет в этом случае лишь два направления («к нам» и «от нас»).



*Главный момент системы сил* относительно некоторого центра приведения называется вектор, равный геометрической сумме моментов всех сил системы относительно данного центра приведения:

. (4)



*Теорема* о связи главных моментов относительно разных центров приведения. При изменении центра приведения главный момент изменяется на величину, равную моменту главного вектора, приложенного в старом центре приведения , относительно нового центра приведения :



. (5)



*Пара сил*. Определение, плечо пары, плоскость действия пары (привести рисунок). По определению будем считать момент пары свободным вектором. Для частного случая плоской системы сил пояснить понятие алгебраического момента пары, привести рисунок.

*Момент силы относительно оси*. Привести определение. Порядок вычисления. Случаи равенства нулю.

*Уравновешенная система сил*. Если для какой-либо системы сил главный вектор и главный момент равны нулю, т.е. и , то такая система сил называется уравновешенной (находящейся в равновесии, эквивалентной нулю).



Воспользуемся теперь утверждением, которое может быть доказано на основе аксиом динамики. Назовем его основным положением статики и фактически примем в качестве аксиомы.

*Основное положение статики*. Если в инерционной системе отсчета скорости всех точек абсолютно твердого тела в начальный момент времени равны нулю, то под действием уравновешенной системы сил оно будет находиться в покое (равновесии) в течение неограниченного промежутка времени.

*Условия равновесия произвольной системы сил*. В силу выше сформулированного положения геометрические равенства

; (6)



(7)



будем называть геометрическими условиями равновесия произвольной системы сил. Спроецировав равенства (6) и (7) на оси декартовой системы координат, получим:

;



;



;



; (8)



;



.



Равенства (8) представляют собой аналитические условия равновесия произвольной системы сил. В последних трех уравнениях записаны проекции на оси моментов сил относительно центра приведения. Эти величины назовем моментами сил относительно соответствующих осей. Правило вычисления этих величин было дано выше.

*Частные случаи произвольной системы сил.*

* Равновесие параллельных сил в пространстве. Выберем систему осей координат так, чтобы ось была параллельна линиям действия сил. При таком выборе осей координат проекции всех сил на оси и , а также их моменты относительно оси равны нулю, и первое, второе и шестое уравнения (8) выполняются тождественно. Поэтому условия равновесия параллельных сил в пространстве имеют вид:



; . (9)



* Условия равновесия системы сходящихся сил. Поместим начало осей координат в точке пересечения линий действия сил. Перенесем точки приложения сил в начало координат, перемещая силы вдоль линий их действия. При этом четвертое, пятое и шестое уравнения системы (8) выполняются тождественно. Оставшиеся равенства (8) являются условиями равновесия системы сходящихся сил:



; ; . (10)



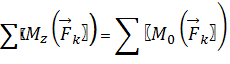
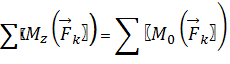
* Условия равновесия произвольной плоской системы сил. Совмещаем плоскость осей и с плоскостью действия сил системы. Тогда проекции всех сил системы на ось и моменты всех сил относительно осей и равны 0, и третье, четвертое и пятое уравнения (8) выполняются тождественно. Поэтому из шести уравнений равновесия (8) остаются только три:



; ; . (11)



Последнее уравнение (11) можно упростить. Так как все силы лежат в плоскости , то их моменты относительно оси равны их алгебраическим моментам относительно точки , то есть и, следовательно, условия равновесия произвольной плоской системы сил принимают вид:



; ; (12)



*Связи и их реакции*. Свободное и несвободное абсолютно твердое тело. Связь. Реакции связей. Активные силы. Принцип освобождаемости от связей. Виды связей.

*Эквивалентные системы сил*: две системы сил, приложенные к одному и тому же абсолютно твердому телу, назовем эквивалентными, если их главные векторы и главные моменты относительно одного и того же центра приведения равны между собой.

Легко доказать, что если и двух систем сил равны между собой для любого центра , то они равны и для любого другого центра. Действительно, является инвариантом, а для работает теорема о связи главных моментов относительно разных центров приведения.



*Теорема*: эквивалентные системы сил оказывают одинаковое действие на абсолютно твердое тело, находящееся в равновесии. Для доказательства будем считать, что действие на тело не будет нарушено, если при замене одной системы сил другой остаются неизменными реакции всех связей, наложенных на это тело.

Пусть под действием некоторой системы активных сил () и системы реакций связей () абсолютно твердое тело находится в равновесии. Согласно основному положению статики



; (13)



, (14)



где , .



Заменим систему сил () другой системой (). Так как тело по прежнему находится в равновесии и реакции связей остаются неизменными, то, аналогично вышесказанному, будем иметь:



; (15)



, (16)



где , .



Из равенств (13), (15) и (14), (16) следует, что и , и таким образом, две системы сил и , оказывающих одинаковое действие на тело, находящееся в равновесии, являются эквивалентными.



*Частные случаи эквивалентных систем сил*. Замена одной системы сил другой, ей эквивалентной, является одной из задач статики. Рассмотрим некоторые утверждения с кратким пояснением.

* Если к системе сил присоединить любую уравновешенную систему сил (или отбросить, если она приложена), то новая система сил будет эквивалентна исходной. Действительно, уравновешенная система сил имеет и , а «нули» не имеют главного вектора и главного момента.



* Не нарушая состояние тела, точку приложения силы можно переносить вдоль линии её действия. Это утверждение является следствием предыдущего.
* Любая система сил эквивалентна силе и паре сил. Это – следствие определения главного вектора, главного момента и эквивалентной системы сил.
* Две параллельные силы, направленные в одну сторону, эквивалентны одной силе (равнодействующей), имеющей направление исходных сил и модуль, равный сумме модулей этих сил. Точка приложения равнодействующей делит отрезок, соединяющий точки приложения сил, на части обратно пропорциональные этим силам. Главный вектор . Главный момент относительно точки С равен для нулю, следовательно, и для сил и он тоже должен равняться нулю:



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | , |
|  |  |

* Аналогичные рассуждения проводятся для случая параллельных сил, направленных в разные стороны.
* Основные свойства пары сил:
* главный вектор пары сил равен нулю;
* главный момент пары сил относительно любого центра равен моменту этой пары и не зависит от выбора этого центра (доказывать можно «в лоб»);
* две пары эквивалентны, если их моменты равны. Действительно, , а не зависит от центра приведения. Тогда в частности можно: переносить пару в параллельную плоскость, поворачивать и переносить пару в её плоскости, менять силы и плечо пары, оставляя неизменным её момент;



* любую систему пар можно заменить одной парой с моментом:



*Теорема Вариньона*. Доказывается для точки (в векторном виде), а затем сразу же поясняется частный случай для плоской системы сил

Таким образом, изложенная методика позволяет отступить от развернутого рассмотрения и общепринятой последовательности изложения статики, а также значительно сократить объем лекционного материала, не затрагивая его смысловую часть.