**Леся Цівина**

**( Хорол, Україна)**

О**СНОВНІ ПРИЦИПИ КОМБІНАТОРИКИ**

Досить поширеними є задачі, в яких треба знайти або число можливих розміщень предметів, або число способів, якими можна здійснити деякий вибір, тощо. Такі задачі називають комбінаторними, а галузь математики, яка вивчає теорію скінченних множин, комбінаторикою. Найпростіші задачі комбінаторики вимагають підрахунку числа підмножин заданої множини. Основними принципами (правилами) комбінаторики є принцип суми і принцип добутку.

**Принцип суми**

Якщо множина A містить *п* елементів, а множина В - *т* елементів, то множина A U В містить *п + т* елементів.

Справді, елементи множини А занумеруємо від 1 до *п*. Серед них немає елементів з множини В, оскільки А В = 0. Отже, коли ми переходимо до підрахунку елементів, що належать множині В, то починаємо з номера *п*+1. Далі буде номер *п* + 2, *п* + 3 , ..., *п + т*, оскільки в множині В за умовою *т* елементів. Цим усі елементи множини A U В буде вичерпано, вони дістануть номери від 1 до *п + т*.



Правило суми можна сформулювати ще й так: якщо якийсь вибір А можна здійснити *п* способами, а другий вибір В можна здійснити *т* способами, то вибір А або В можна здійснити *п + т* способами.

Принцип суми за індукцією поширюється на *к* множин.

**Принцип добутку**

Правило добутку можна сформулювати так: якщо якийсь вибір А можна здійснити *п* різними способами, а для кожного з цих способів деякий другий вибір В можна здійснити *т* способами, то вибір А і В у вказаному порядку можна здійснити *п т* способами.



Приклад 1. У крамниці продають 5 склянок, 3 блюдця і 4 ложки. Скількома способами можна купити два предмети з різними назвами?

Розв’язання. Можливими є три випадки: перший - купують склянку з блюдцем, другий - склянку з ложкою, третій - блюдце і ложку. У кожному з цих випадків за правилом добутку неважко підрахувати кількість можливих варіантів: 15, 20 і 12. За правилом суми маємо остаточно: 15 + 20 + 12 = 47.

**Перестановки**

Нехай треба підрахувати число способів, за якими можна розмістити в ряд *n* предметів. Якщо дані предмети розглядати, як елементи множини, то кожне розміщення є скінченною множиною, елементи якої записано у певному порядку.

Скінченні множини, для яких істотним є порядок елементів, називаються **впорядкованими**. Вказати порядок розміщення елементів у скінченній множині з *п* елементів означає поставити у відповідність кожному елементу даної множини певне натуральне число від 1 до *n* .

Дві впорядковані множини називаються **рівними**, якщо вони складаються з тих самих елементів і однаково впорядковані. З цього випливає, що множини (а, b, с) і (b, с, а) - це різні впорядковані множини.

**Означення.** Будь-яка впорядкована множина, що складається з *n* елементів, називається перестановкою з *n* елементів.

Перестановки з *n* елементів складаються з одних і тих самих елементів, а відрізняються одна від одної лише порядком.

Наприклад, з елементів множини А = {1, 2, 3} можна утворити шість перестановок: (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1).

Число перестановок у множині з n елементів позначають Р*n* .

***Рn=n!***

***де n! = 12 ... n***



Приклад 2.Скількома способами можна розмістити в один ряд червону, синю, чорну та зелену фішки?

Р4 = 4! = 1234 = 24.



Приклад 3.Скількома способами можна розмістити 10 чоловік за столом, біля якого поставлено 10 стільців?

Р10=10! = 12345678910 = 3628800.



**Розміщення**

Нехай деяка множина складається з *n*різних елементів.

**Означення.** Розміщеннями з *n*елементів по *k* називаються підмножини, що мають *k* елементів, вибраних з даних *n* елементів і розміщених у певному порядку (*k<n*).

Розміщення можуть відрізнятися одне від одного або самими елементами, або порядком їх розміщення.

Наприклад, нехай маємо три елементи: 1, 2, 3. Тоді розміщення з трьох елементів по два мають вигляд: (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1), (2, 3), (З, 2). Розміщення (1, 2) і (2, 1) відрізняються лише порядком. Вони утворюють два різних числа 12 та 21. Розміщення (1, 2) і (1, 3) відрізняються самими елементами. Вони утворюють два різних числа 12 і 13.

Кількість розміщень з даних*n* елементів по *k* позначають через, *k <n*.



Доведемо, що:

***= n(n-1)(n-2)...(n-(k-1))***



Якщо множина містить *п* елементів, то при утворенні розміщень по одному елементу таких розміщень буде *n*(стільки, скільки елементів у множині). Отже,  *= n*.



Утворимо тепер розміщення з *п* елементів по два. Для цього візьмемо *п* розміщень по одному елементу і до кожного розміщення допишемо кожний з решти *п -*1 елементів даної множини. Таким чином, **=** *n(n-*1).



Приклад 4. Скількома способами можна вибрати з 10 кандидатів три особи на три різні посади?

Для розв'язування задачі треба знайти число розміщень з 10 елементів по три. Отже, за формулою розміщень маємо:=1098 = 720.



Приклад 5.Скільки трицифрових чисел з різними цифрами можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 4?

Розв’язання. Загальна кількість трицифрових чисел з різними цифрами є кількістю розміщень з 5 елементів по 3, тобто = 5 4 3 = 60. Проте із загальної кількості чисел треба відкинути числа, що починаються з нуля. Таких чисел стільки, скільки можна утворити розміщень з чотирьох цифр по два без нуля, тобто =43 = 12. Отже, шукана кількість трицифрових чисел дорівнює: 60 - 12 = 48.



**Комбінації**

**Означення.** Будь-яка підмножина з *k* елементів даної множини, яка містить*n* елементів, називається комбінацією з *n* елементів по *k.*

З одного елемента можна утворити тільки одну комбінацію. З двох елементів а і b можна утворити дві комбінації по одному елементу і тільки одну комбінацію з двох елементів.

З трьох елементів a, b, c можна утворити такі комбінації:

{a}, {b}, {c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a,b,c}.

Комбінації з *n*елементів даної множини по *k* можна також розглядати як розміщення з *n*елементів по *k*, які відрізняються принаймні одним елементом. Виникає запитання, як визначити кількість комбінацій з *n* елементів по *k.* Число комбінацій з *n*по *k* позначається



Приклад 6.Збори з 30 осіб вибирають трьох делегатів на конференцію. Скількома способами це можна зробити?

Розв’язання. Із множини у 30 осіб треба вибрати підмножину з трьох осіб. Це можна зробити способами:



Розглянемо деякі приклади задач на застосування даних формул комбінаторики.

Приклад 7. Скількома способами можна скласти денний розклад з 5 різних уроків, якщо в класі вивчають 10 різних навчальних предметів?

Розв’язання. Застосуємо формулу, за якою обчислюється число всіх можливих розміщень з 10 елементів по 5.

=



Приклад 8. На площині розташовано точок, з яких ніякі три не лежать на одній прямій. Скільки різних прямих можна провести через ці точки?



Розв’язання. Оскільки через кожну пару точок можна провести лише одну пряму, то число всіх прямих дорівнює числу комбінацій з по 2, тобто



**Література:**

1.ГмурманВ.Е.Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман – Москва: Высшая школа, 2003. – 478 с.

2. ГмурманВ.Е.Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики / В. Е. Гмурман – Москва: Высшая школа, 2003. – 404 с.

3. Шкіль М.І.Алгебра і початки аналізу 10-11 клас / М.І.Шкіль– Київ: Зодіак – еко, 1995. – 607 с.

4. Кривуца В.Г. Вища математика: практикум / В.Г.Кривуца, В.В. Барковський., Н.В. Барковська – Київ: ЦУЛ, 2003. – 536 с.

5. Жалдак М.І.Початки теорії ймовірностей / М.І.Жалдак – Київ: Радянська школа, 1978. – 142 с.

6. Шипачев В.С. Вища математика / В.С. Шипачев – Москва: Вища школа, 1990. – 479 с.

7. Богомолов М.В. Практичні заняття з математики / М.В. Богомолов – М.: Вища школа, 1983. – 447 с.