**Илья Бровко**

**(Одесса, Украина)**

**АНТИПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПОЛУПЛОСКОСТИ**

Исследование коэффициентов иннтесивности вблизи концов дефектов типа трещин и жестких включений имеет важное значение в механике разрушений при расчете параметров конструкций в строительстве и машиностроении, чем обусловлена **актуальность** темы.

Целью настоящей работы является исследование коэффициентов интенсивности напряжений вблизи концов трещины при антиплоской задаче теории упругости для полуплоскости, ослабленной трещиной, которая перпендикулярна границе. Предполагается, что грань полуплоскости закреплена. К берегам трещины приложена сдвигающая нагрузка.

Антиплоские задачи теории упругости рассматриваются в многочисленных источниках отечественных и зарубежных авторов, обзор литературы на эту тему можно прочитать в книге Попов Г. Я. «Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений».

Рассмотрим антиплосскую задачу для полуплоскости при наличии внутри полуплоскости разреза вдоль отрезка. К берегам разреза приложена сдвигающая нагрузка вдоль оси z. Граница полуплоскости закреплена.

Требуется найти коэффициент концентрации напряжения вблизи концов трещины.

Математически такая задача эквивалентна отысканию решения уравнения Лапласа, удовлетворяющего граничным условиям 1-го рода на границе полуплоскости и условиям на трещине. После применения преобразования Фурье по бесконечному промежутку задача сведена к сингулярному интегральному уравнению на конечном промежутке относительно неизвестного скачка перемещения при переходе через трещину.

Решение интегрального уравнения искалось методом ортогональных многочленов, путем разложения искомой функции в ряд по полиномам Чебышева 2-го рода.

При этом коэффициенты разложения являются решением бесконечно системы линейных алгебраических уравнений, допускающих метод редукции. Составлена программа решения этой системы.

Построены графики зависимости коэффициентов интенсивности напряжений от геометрического параметра (расстояния от вершины трещины до ее границы).

**Постановка задачи.**

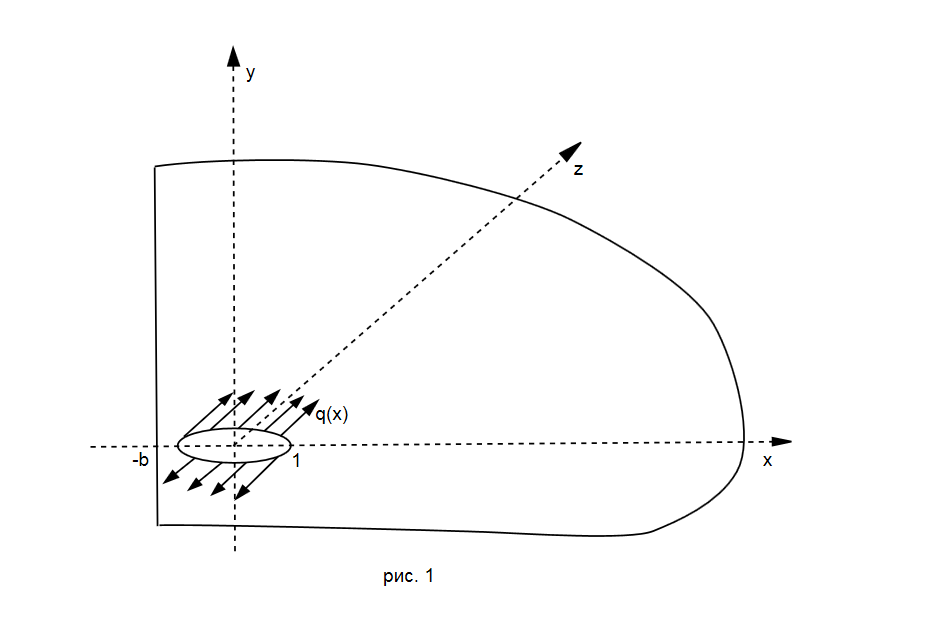
Рассмотрим антиплоскую задачу для полуплоскости *(-b≤x<+∞; -∞<y<∞*) при наличии внутри полуплоскости разреза вдоль отрезка



Предполагается, что разрез полностью лежит внутри полуплоскости, к берегам разреза приложена сдвигающая вдоль оси *z* нагрузка



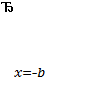
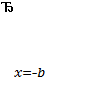
Математически такая задача эквивалентна отыскания решения уравнения Лапласа



* 1. ∆*W*(x, y)=0 (x, y) ∈Ω

Удовлетворяющая граничным условиям

* 1. *W*=0



*W*,



* 1. *W*,



Решение задачи будем искать в классе функций*W*(x, y) дважды непрерывно дифференциируемых в области Ω и непрерывно дифференциируемых вплоть до границ области

* 1. *W*∈(Ω) ⋂



Особенностью задачи является наличие области нерегулярных точек



В которых задаем поведение

* 1. *W*= o(), *r* 0



*r=*



Здесь W(x, y)- неизвестное перемещение в т. (*x, y*),

∆- оператор Лапласса, где:

∆= + , *q(x)-*заданные непрерывные функции.



*(\*)- предполагается, что граница полуплоскости закреплена.*

В силу выдвинутых требований, относительно функции W(x, y) существуют такие непрерывные функции χ(x) и μ(x), что

*W(x, -0) – W(x, +0)= χ(x)*

x, +0)= μ(x)≡ 0



Причем



При этом *χ(x)*, |x|<1- неизвестно.

Требуется найти перемещение точек полуплоскости и напряжения , , а так же коэффициент концентрации напряжения вблизи



концов трещины.

**Численная реализация. Анализ полученных результатов**

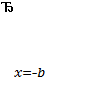
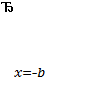
Рассмотрим антиплосскую задачу для полуплоскости при наличии внутри полуплоскости разреза вдоль отрезка. К берегам разреза приложена сдвигающая нагрузка вдоль оси z постоянной интенсивности. Граница полуплоскости закреплена.

Требуется найти коэффициент концентрации напряжения вблизи концов трещины.

**(2.1)**∆*W*(x, y)=0 (x, y) ∈ Ω

Удовлетворяющая граничным условиям

**(2.2 )** *W*=0 *W*,



**(2.3)** *W*,



**(2.4)**



Расчетные формулы для коэффициентов интенсивности напряжений имеют вид:



Здесь KiN+ коэффициент интенсивности напряжений на дальнем от границы конце трещины, KiN- на ближнем, - суть решения системы линейных алгебраических уравнений



Где

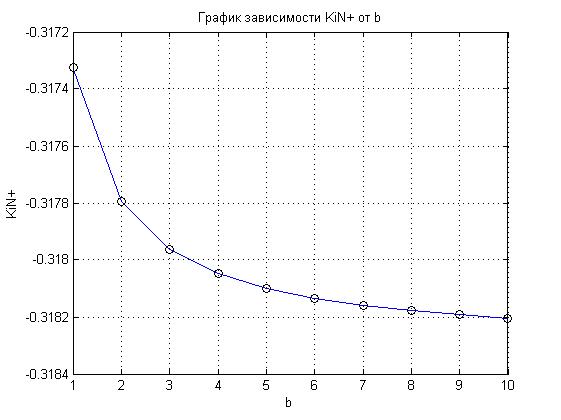
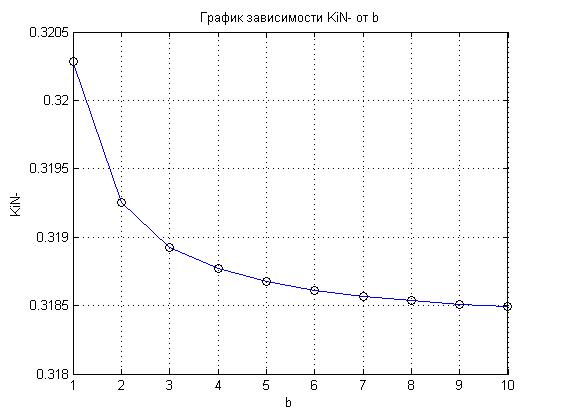
N- целый параметр определяемый во время численного эксперимента



**(2.11)**- многочлены Чебышева IIрода

Была составленна программа с помощью математической среды Matlab.

В результате получены графики зависимости коэффициентов интенсивности напряжений KiN- и KiN+ от расстояния между концом трещины и границей области.



Из графиков следует, что при увеличении расстояния от трещины до границы области KiN+ и KiN- стремятся к значению коэффициента интенсивности напряжений вблизи концов трещины в бесконечной плоскости.

**Литература:**

1. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. // Москва, «Наука», 1982- 342 с.
2. Попов Г. Я., Реут В. В., Вайсфельд Н. Д. Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень // Одеса, «Астропринт», 2005- 183 с.
3. Снеддон Н. Преобразование Фурье- М: Издательство иностранной литературы, 1955- 667 с.
4. Титчмарш Э. Ч. Разложение по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка в 22.- М: Издательство иностранной литературы, 1960- ч. 1- 278 с.
5. «Handbook of mathematical functions with formulas graphs and mathematical tables» edited by Milton Abramowits and Irene A. Stegun / national bureau of standarts, mathematics series - 55
6. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричов О. И. Интегралы и ряды. Дополнительные главы.-М: Наука, 1986- 800 с.
7. «Рівняння математичної фізики. Метод ортогональних многочленів»/ Авторы: Попов Г. Я., Реут В. В., Моисеев М. Г., Вайсфельд Н. Д.  
   -Одесса Астропринт: 2010- 115 с.

**Научный руководитель:**

кандидат физ-мат. наук, доцент Реут Виктор Всеволодович.